

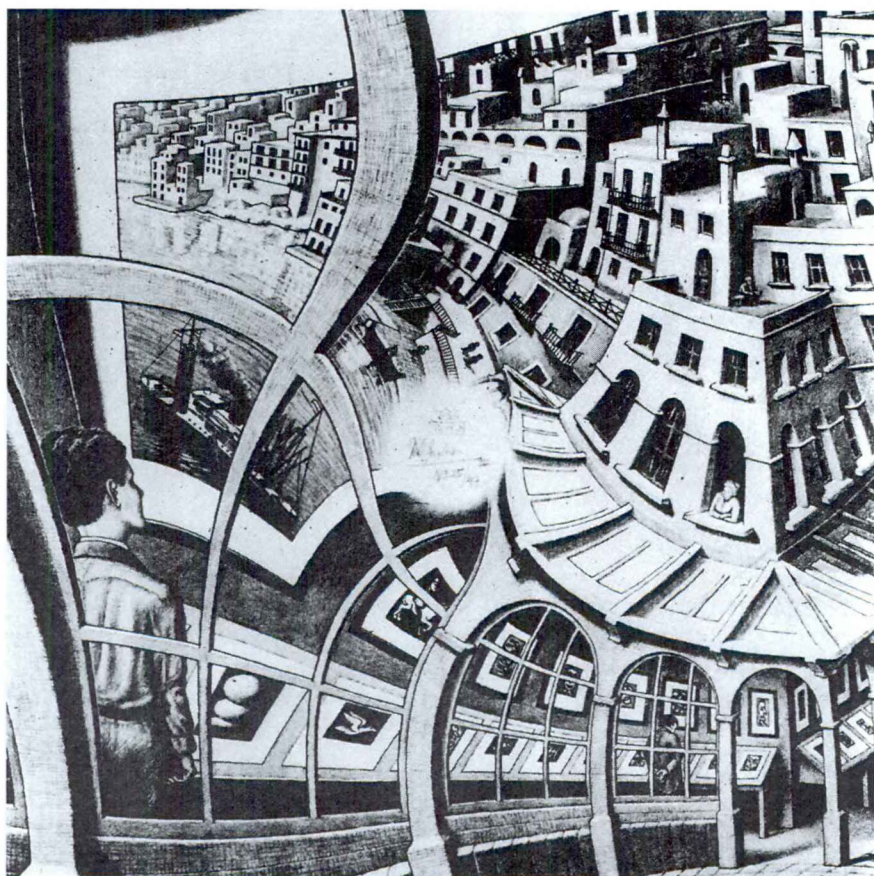
## La raó del sentiment musical

«Tots els músics estan d'acord que l'element emocional de la música es fonamenta en un fort element formal». Així expressà el matemàtic Hermann Weyl aquesta important hipòtesi el 1951, en el seu llibre *Symmetrie*, i afegeix que, pel que sembla, no es disposa encara de les eines matemàtiques per a la descripció dels aspectes formals de la música. Des de l'any 1992, el projecte RUBATO del Fons Nacional Suís, instal·lat en el Laboratori Multimèdia de l'Institut d'Informàtica de la Universitat de Zuric, manté una estreta relació amb aquesta hipòtesi de Weyl.

GUERINO MAZZOLA

Per primera vegada, matemàtics, informàtics i musicòlegs desenvolupen conjuntament una teoria matemàtica de la interpretació musical, la fan operativa en forma de *software* i la proven musicalment. Així es modela de manera teòrica i experimental un accés formal a l'element emocional de la música. El projecte contribueix, a més, als esforços internacionals per a crear un llenguatge musical estàndard SMD en la tecnologia de la informació.

Ja en els anys vint, el jove matemàtic Wolfgang Graeser havia intentat de desenvolupar per mitjà de la teoria de grups, justament aquelles eines de les quals parla Weyl. Només tenia vint-i-un anys quan, el 1928, desesperat d'aquesta tasca, es va treure la vida. Graeser fou alumne del teòric de grups de Zuric Andreas Speiser, que el 1932 realitzà una anàlisi combinatòria de la sonata *op. 28*



La litografia «Print Gallery» (1956) de Maurits Cornelis Escher representa l'acte de la interpretació d'una obra d'art. L'observador de l'esquerra contempla, a partir del quadre, la realitat deformada de la interpretació. En la música això es tradueix literalment en la deformació dels paràmetres de la partitura.

de Beethoven i de la qual parla Weyl en *Symmetry*. El matemàtic de Darmstadt, Rudolf Wille, examinà l'any 1984 el projecte de Graeser i arribà a la conclusió que en aquells darrers temps s'havia dut a terme, si més no, parcialment.

Avui sabem que el pensament musical simbòlic no és una pobre abstracció de certs fenòmens físics, sinó que fa palesa una estructura autònoma que requereix les eines de la matemàtica més moderna per a la seva comprensió. Així, en el model matemàtic del contrapunt clàssic de Fux, cal una diferenciació entre intervals consonants i dissonants, que no té cap motivació física. Els intervals s'han de pensar aquí com tangents a les notes del *cantus firmus*, repartides simètricament. Ha estat només l'àlgebra moderna, amb el concepte dels nombres duals i llurs grups de simetries, la que ha pogut explicar aquest pensament musical autònom.

El projecte RUBATO pressuposa l'existència d'una tal geometria dels sons que conforma el pensament musical i de la qual Alexander Grothendieck, el pare de la geometria algebraica moderna, digué que és ben bé la matemàtica de la «nova era».

### Símbols musicals i realitat sonora

El fet musical, però, no es pot reduir al pla simbòlic: també forma part de la música la interpretació instrumental i vocal. Només aquí la música, com a expressió dels sentiments, pot establir comunicació amb la capacitat emotiva del que escolta. I només així es realitza plenament la intenció del compositor. L'acte d'interpretar no és, per tant, complementari sinó essencial: «La idea de la interpretació és part de la pròpia música i no li és accidental», segons el filòsof de la música Theodor W. Adorno.

Aquesta descoberta és analitzada pel projecte RUBATO. L'objectiu és investigar la transformació, i les seves lleis, de la realitat simbòlica de la partitura en la realitat física de la interpretació, per a realitzar-ho en forma de *software*. No es tracta, en principi, d'estudiar els aspectes psicològics de la música, sinó la forma externa de la interpretació i els seus paràmetres. Per exemple, s'ha d'examinar l'agògica: quina influència pot tenir un calderó o un canvi de tonalitat en la configuració del temps?, és adequat el concepte de temps únic per a una bona interpretació o s'hauria

de parlar d'una jerarquia de temps?

Una teoria de transformació de les dades simbòliques de la partitura en les dades físiques de la interpretació es divideix en dues parts: En primer lloc, s'ha d'explicitar la pròpia estructura de la transformació: aquesta ha de donar per a cada nota de la partitura una instrucció clara de com s'ha de tocar. En segon lloc, una maquinària analítica aplicada a la partitura ha de definir els detalls de l'estructura de la transformació. Tots dos problemes teòrics pogueren ser resolts durant el primer any del projecte RUBATO. I de manera que, variant paràmetres sistema, s'obté —lluny de l'absurditat d'una única interpretació ideal— tot un ventall de possibles versions d'una determinada partitura clàssica.



### La partitura d'interpretació

Al mecanisme de transformació que ens permet de passar d'una partitura a la seva interpretació, l'anomenem *partitura d'interpretació*. Es pot comparar amb un sistema de lents, a través del qual el text partitura dóna com a imatge la interpretació sonora. Cadascuna de les seves lents, una cèl·lula d'interpretació, opera només localment sobre un petit fragment de la partitura. Això, ens ho podem imaginar de la següent manera: si hom col·loca la partitura a sota la lent,

el fragment corresponent apareix deformat. Les longituds i els angles varien, els pentagrames es torcen, les notes dels acords es desagrupen, els caps de les notes canvien de gruix. De manera anàloga, passa en la imatge sonora de la interpretació: notes d'igual altura sonen —posem en instruments de corda— diferent; notes simultànies s'arpeggien lleugerament, o bé, en el piano, la mà dreta toca una melodia *rubato* (amb petits retards en l'atac) mentre la mà esquerra acompanya; notes sota el mateix indicador d'intensitat es toquen diferent, segons el seu pes mètric o harmònic. Resumint: la interpretació és el resultat d'una deformació de l'encarcarat quadre de la partitura (vegeu la litografia). Seguint aquest símil, una interpretació a primera vista es correspon amb una imatge amb prou feines deformada, quasi immòbil, del quadre musical.

En conjunt, la partitura d'interpretació regeix la deformació interpretatòria de la partitura a la manera d'un sistema jeràrquic de cèl·lules que operen localment. Hem après, en particular, que el temps a la interpretació musical forma una jerarquia ramificada. La música no pot adoptar de cap manera la línia del temps física! Uns primers experiments amb complexes jerarquies de temps en obres de Czerny i de Chopin (vegeu la figura 2) han confirmat aquest fet, també a la pràctica.

Una partitura d'interpretació així, que es col·loca com si fos una làmina damunt de la partitura (simbòlica), és una eina essencial per a entendre el procés interpretatiu. En aquest apareixen, també, qüestions sobre la forma d'interpretar connectades amb la psicologia de la música i amb l'anàlisi musical.

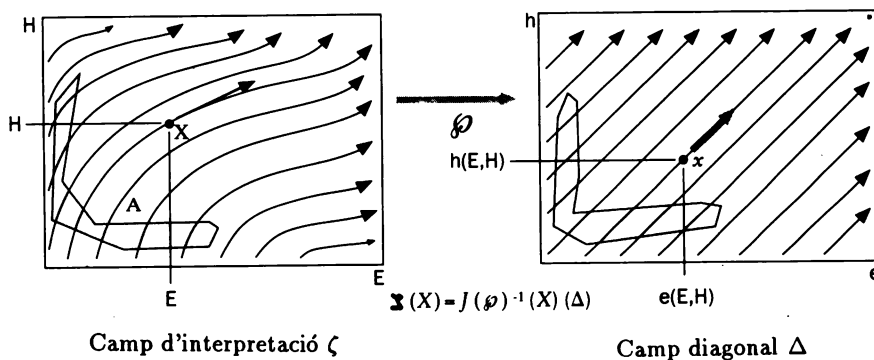
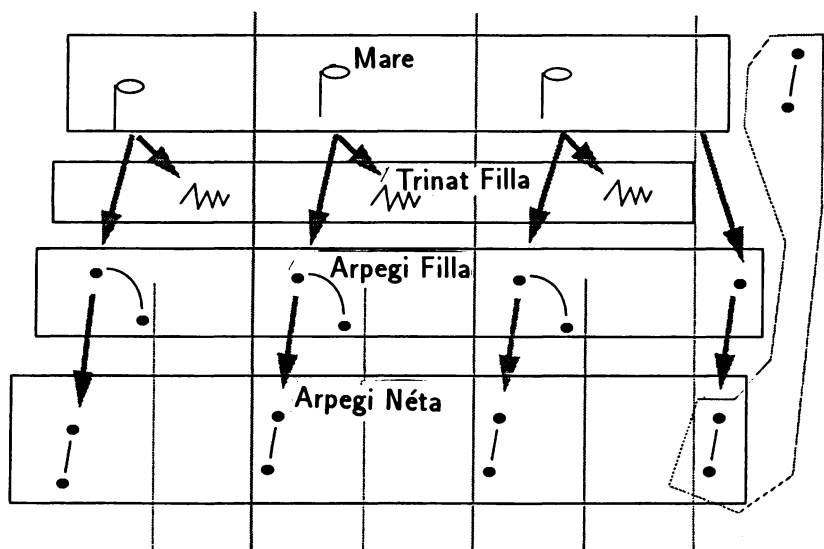
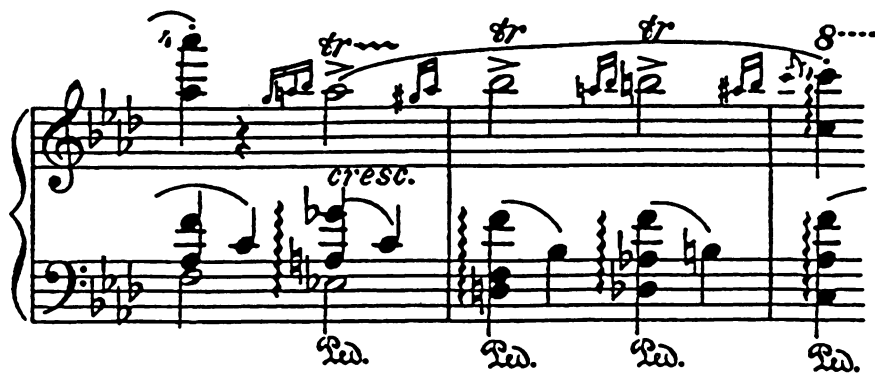


Figura 1. La transformació d'interpretació dels espais de paràmetres musicals del pla simbòlic en el pla físic és localment una aplicació diferenciable amb inversa. Aquí es representa el pla de coordenades: temps d'atac (simbòlic E[negres], físic e[minuts]) i altura (simbòlic H[mitjos tons], físic h[cent]). El camp d'interpretació ζ s'obté del camp diagonal de la dreta, Δ, per mitjà de la inversa de la matriu de Jacobi. El transformat x del punt X s'obté dels paràmetres de la ζ-corba integral que passa per X, en tallar-se amb un conjunt A de punts simbòlics, els transformats dels quals són coneguts.

La matemàtica que descriu aquestes transformacions procedeix de la teoria de camps de fluxos o camps vectorials i utilitza el teorema fonamental d'existència i unicitat de les solucions d'equacions diferencials ordinàries (vegeu la figura 1). Com que els espais de paràmetres dels sons tenen diverses dimensions (temps d'atac, durada, intensitat, altura), les cèl·lules d'una partitura d'interpretació es basen en camps vectorials pluridimensionals, els camps d'interpretació. En principi, aquests camps no es poden dividir en components unidimensionals: així, per exemple, fins i tot en el camp d'una interpretació a primera vista, les components temps d'atac i durada del camp d'articulació (en el *legato*, *staccato*, etc.) ja van aparellades.

Figura 2. Aquest exemple de l'impromptu op. 29 de Chopin mostra una jerarquia de temps, que corresponen a quatre sectors locals. El temps-mare correspon a les «notes d'ancoratge» (fixes) dels trinats. Conté un temps-filla que dissenya el tempo de les notes que van sonant en el trinat i un altre pels corresponents grupets de dues notes lligades de la mà esquerra. Aquest darrer és, a la vegada, mare del temps-néta de l'arpegi. L'ordenació jeràrquica significa que una filla ha de sincronitzar amb la seva mare en els corresponents extrems de l'interval de temps. En mig de l'interval, una filla pot dissenyar el seu tempo lliurement, sempre que mantingui les condicions de sincronització. Aquesta partitura de tempo il·lustra la concepció no lineal del temps en una interpretació musical.



### De dades analítiques a camps d'interferències

En el projecte RUBATO es tracta essencialment d'introduir uns procediments d'anàlisi de la partitura per a construir les corresponents partitures d'interpretació i, d'aquí, conformar una interpretació que expressi una comprensió racional del text musical. L'estudi de com l'harmonia, la rítmica, la motívica, etc., dissenyen una interpretació és un pas important, no tan sols quant a la conjectura de Weyl, sinó també vers la creació d'una semàntica (ciència del significat) del text musical, que inclogui també el sentiment.

Hem dividit la construcció, de motivacions analítiques, de la partitura d'interpretació en tres etapes: Primer s'obtenen les dades de l'anàlisi que hem escollit. Llavors, s'utilitzen aquestes dades per a ponderar determinats elements de la partitura, com ara notes, acords, motius, d'acord amb el pes que aquests elements presenten en la corresponent anàlisi. En un tercer pas decisiu es basteix el pont entre el pla simbòlic de les dades analítiques i el pla físic de la partitura d'interpretació.

Això es fa, primer, interpolant una funció de pes donada, definida sobre elements de la partitura, a una funció llisa a tot l'espai: el potencial d'estructura. Aquest s'utilitza per a deformar el camp interpretatiu *prima vista*, que s'obté automàticament a partir de les dades inicials de la partitura. El camp d'interferències es calcula, de manera natural, a partir de la derivada de Lie del potencial d'estructura sobre el camp interpretatiu *prima vista*. Aquest és un formalisme clàssic de la física matemàtica, que també s'aplica a la teoria de la interpretació.

### Lògica geomètrica de l'anàlisi musical

Mentre que un text lingüístic normal és una ordenació lineal de cadenes de paraules, l'escriptura musical clàssica europea presenta una estructura espacial que no es pot copsar amb anàlisi lògica purament seqüencial. La sintaxi musical d'una partitura no es deixa linealitzar com la de la llengua, i això implica que l'expressió metafòrica en la música només pot donar una descripció fragmentària de la seva pluralitat formal (!) de significats. Per això calen tècniques geomètriques de la teoria matemàtica de la música per a l'anàlisi de les configuracions musicals. La geometrització estricta d'aquestes tècniques, però, deixa de banda els aspectes lògico-predicats del pensament musical. Així, per exemple, hom voldria poder dir no només que la nota sol és el lligam harmònic (la intersecció) entre els acords de do major i sol major, sinó també que do i sol fan la funció de tònica i dominant, respectivament, en la tonalitat de do major i la nota sol és el lligam harmònic entre ambdós acords fent llurs funcions.

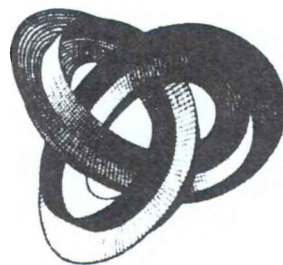
El pensament musical no considera únicament objectes sonors geomètrics, sinó que aquests poden portar altres predicats —no necessàriament geomètrics— amb càrrega semàntica, fins i tot amb connotacions històrico-culturals, com és el cas de l'expressió *Cohet de Mannheim*, que indica un *crescendo* practicat per l'escola de Mannheim. Els objectes d'una anàlisi matemàtica semiòtica-ment acceptable han d'ésser, per tant, objectes amb significat, objectes matemàtics més predicats, per a abreujar-ho: preobjectes. En aquest marc teòric disposem de models i els corresponents programes d'ordinador que permeten posar en marxa un bon nombre d'anàlisis harmòniques, motíviques, mètriques i contrapuntístiques; a la

vegada que —via la semàntica dels preobjectes— tenim a l'abast uns paràmetres de control per a l'elaboració dels camps d'interferències.

### Implementació i perspectives

La teoria aquí descrita s'implementa en el *software* RUBATO, que consta de dos mòduls i és proper al NEXT-STEP. El mòdul d'estructuració —basat en la teoria de preobjectes— s'encarrega de l'anàlisi d'una partitura (que es llegeix, per exemple, en fitxers MIDI estàndard). El mòdul de configuració converteix aquesta anàlisi en una partitura d'interpretació, per mitjà de les derivades de Lie dels potencials d'estructura, i crea un nou fitxer que en dóna la versió sonora en instruments o sintetitzadors MIDI.

Els treballs actuals en el projecte RUBATO i el seu *software* s'apliquen a la implementació i a l'anàlisi comparativa de la interpretació per mitjà del test empíric de parts de programes. Esperem descobertes fonamentals quant a la relació entre text simbòlic i imatge sonora, una difícil tasca en la teoria dels signes musicals, tant en la seva vessant matemàtica, com en tècnica de programació, o en teoria de la interpretació. Es treballa també en la integració dels codi objectes i del llenguatge teòric que aquí hem esbossat, en les activitats internacionals d'estandardització de la ISO/IEC. Un panorama molt prometedor per a les multimèdia suïsses i per a la tecnologia de la informació.




---

Guerino Mazzola és matemàtic, músic i director del projecte RUBATO del Fons Nacional a l'Institut d'Informàtica/Laboratori Multimèdia de la Universitat de Zuric.